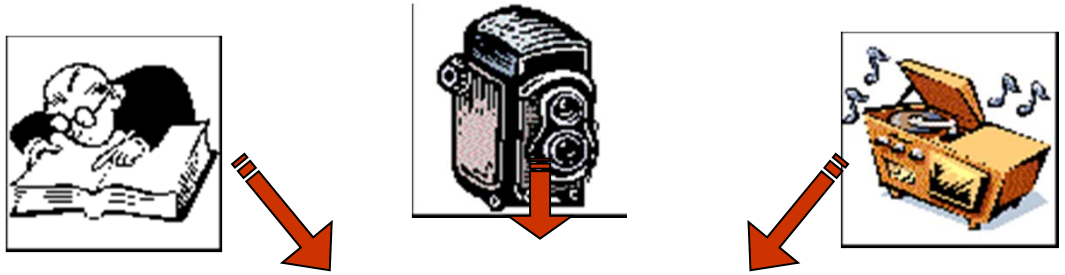
Sistemi di numerazione: binario, ottale ed esadecimale

Codifica binaria dell'Informazione



01101010

Bit	0/1 (si/no)
Byte	00010010 (8 bit)
Kilobyte	2^{10} = 1024 byte
Megabyte	2^{20} ~ 1.000.000 byte
Gigabyte	2^{30} ~ 1.000.000.000 byte

Concetto di codifica e decodifica delle Informazioni

Sistemi di numerazione

- Si chiama **sistema di numerazione** l'insieme di un numero finito di **simboli** e delle **regole** che assegnano uno ed un solo significato ad ogni scrittura formata coi simboli stessi.
- I simboli di un sistema di numerazione prendono il nome di **cifre.**
- Il sistema di numerazione più noto è il sistema **decimale** che si avvale dei dieci simboli (o cifre) 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Sistemi di numerazione

- Una qualunque sequenza di queste cifre permette di rappresentare un ben determinato numero nel sistema di numerazione decimale.
- I moderni sistemi di numerazione sono **posizionali**, cioè tutti i simboli (o cifre) vengono ordinati in modo che ognuno abbia peso maggiore rispetto al simbolo (cifra) precedente: il *valore* del numero rappresentato dipende dalle posizioni relative alle cifre che lo compongono.

Sistemi di numerazione

- Il numero delle cifre di cui si avvale un sistema di numerazione prende il nome di **base**.
- In ogni numero decimale (in base dieci) la cifra più a destra ha il peso minore (cifra meno significativa), quella più a sinistra il peso maggiore (cifra più significativa).
- Spostando una cifra di una posizione verso sinistra si moltiplica il suo *valore* per la base (per dieci nel caso del sistema decimale).

Il sistema di numerazione posizionale decimale

Nella numerazione posizionale ogni cifra del numero assume un valore in funzione della "*posizione*":

221 in notazione compatta, cioè

$2 \times 100 + 2 \times 10 + 1 \times 1$

ovvero, con la notazione esplicita

$2 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$

Sistema posizionale

- Ogni numero si esprime come la somma dei prodotti di ciascuna cifra per la base elevata all'esponente che rappresenta la *posizione* della cifra:

$$221 = 2 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

Sistema posizionale (cont.)

- La *notazione posizionale* può essere usata con qualunque base creando così differenti sistemi di numerazione.
  - Per ogni base di numerazione si utilizza un numero di cifre uguale alla base.
- In informatica si utilizza prevalentemente la numerazione:
  - binaria,
  - ottale,
  - esadecimale.
- Il sistema di numerazione romano non è posizionale:
  - Ad esempio, XIII vs. CXII.

Sistema di numerazione decimale

- La numerazione *decimale* utilizza una notazione posizionale basata su 10 cifre (da 0 a 9) e sulle potenze di 10.

  - Il numero 234 può essere rappresentato esplicitamente come:

$$2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

Sistema di numerazione binario

- Il sistema di numerazione *binario* utilizza una notazione posizionale basata su 2 cifre (0 e 1) e sulle potenze di 2.

  - Il numero 1001 può essere corrisponde al numero decimale:

$$1001_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$
$$= 9_{10}$$

Sistema di numerazione ottale

- Il sistema di numerazione *ottale* utilizza una notazione posizionale basata su 8 cifre (da 0 a 7) e sulle potenze di 8.

  - Il numero 534 corrisponde al numero decimale:

$$534_8 = 5 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 348_{10}$$

Sistema di numerazione esadecimale

- La numerazione *esadecimale* utilizza una notazione posizionale basata su 16 cifre (da 0 a 9 ed i caratteri A, B, C, D, E, F) e sulle potenze di 16.

  - Il numero $\mathbf{B7FC_{16}}$ corrisponde al numero decimale :

$$(11) \times 16^3 + 7 \times 16^2 + (15) \times 16^1 + (12) \times 16^0$$

$$= 47100_{10}$$

Conversione da base n *a base 10*

- Per convertire un numero da una qualunque base alla base 10 è sufficiente rappresentarlo esplicitamente:

$$1101_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13_{10}$$

$$710_8 = 7 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 0 \times 8^0 = 456_{10}$$

$$A51_{16} = (10) \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 1 \times 16^0 = 2641_{10}$$

Conversione da base 10 a base n

- Per convertire un numero ad una base ***n*** qualsiasi occorre trovare tutti i resti delle successive divisioni del numero per la base ***n***.

  - Come esempio si vuole trovare il valore binario del numero **210**

Conversione da base 10 a base 2

210	2	resto	0
105	2		1
52	2		0
26	2		0
13	2		1
6	2		0
3	2		1
1	2		1

- Leggendo la sequenza dei resti dal basso verso l'alto, si ottiene il numero:

  11010010_2

Verifica di correttezza

- Per una verifica di correttezza basta riconvertire il risultato alla base 10:

$$11010010_2 = 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 +$$

$$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 +$$

$$1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 210_{10}$$

Costruzione dei numeri binari

- Per costruire la successione dei numeri binari si può seguire il seguente schema:

0	0	0	0	=	0
0	0	0	1	=	1
0	0	1	0	=	2
0	0	1	1	=	3
0	1	0	0	=	4
0	1	0	1	=	5
0	1	1	0	=	6
0	1	1	1	=	7

I primi 32 numeri binari

0	0	0	0	0	0	0	0	=	0
0	0	0	0	0	0	0	1	=	1
0	0	0	0	0	0	1	0	=	2
0	0	0	0	0	0	1	1	=	3
0	0	0	0	0	1	0	0	=	4
0	0	0	0	0	1	0	1	=	5
0	0	0	0	0	1	1	0	=	6
0	0	0	0	0	1	1	1	=	7

0	0	0	0	1	0	0	0	=	8
0	0	0	0	1	0	0	1	=	9
0	0	0	0	1	0	1	0	=	10
0	0	0	0	1	0	1	1	=	11
0	0	0	0	1	1	0	0	=	12
0	0	0	0	1	1	0	1	=	13
0	0	0	0	1	1	1	0	=	14
0	0	0	0	1	1	1	1	=	15

I primi 32 numeri binari (cont.)

0	0	0	1	0	0	0	0	=	16
0	0	0	1	0	0	0	1	=	17
0	0	0	1	0	0	1	0	=	18
0	0	0	1	0	0	1	1	=	19
0	0	0	1	0	1	0	0	=	20
0	0	0	1	0	1	0	1	=	21
0	0	0	1	0	1	1	0	=	22
0	0	0	1	0	1	1	1	=	23

0	0	0	1	1	0	0	0	=	24
0	0	0	1	1	0	0	1	=	25
0	0	0	1	1	0	1	0	=	26
0	0	0	1	1	0	1	1	=	27
0	0	0	1	1	1	0	0	=	28
0	0	0	1	1	1	0	1	=	29
0	0	0	1	1	1	1	0	=	30
0	0	0	1	1	1	1	1	=	31

- Con n bit si possono codificare 2^n numeri decimali.
- Ad esempio con 4 bit si possono codificare i seguenti $16=2^4$ numeri: $0,1,2\ldots,14,15=2^4-1$
- In generale con n bit si possono codificare tutti i numeri decimali compresi tra 0 e 2^n-1

Operazioni binarie

10110101+	00110011+
1000110 =	00111000 =
11111011	01101011

Operazioni binarie (cont.)

1101 x	10011 x
11 =	10 =
1101	00000
1101	10011
100111	100110

Esercizi

Eseguire le seguenti operazioni direttamente in binario, convertire in decimale e verificare il risultato:

- 110000 + 1001010;
- 1001010 + 1111111;
- 100110 x 111100;
- 001001 x 111.

Rappresentazione delle informazioni :

La codifica dei testi

Rappresentazione dei caratteri

- Cos'è un carattere ?
  - Si tratta di un simbolo, in qualche modo astratto.
    - Per esempio una "A" è la rappresentazione grafica convenzionale (detta anche *glifo*) del concetto di carattere "a maiuscola".
- Dobbiamo trovare una "*convenzione*" con cui realizzare una rappresentazione comprensibile al computer dei caratteri.

Codifica binaria

- Per poter rappresentare le informazioni è necessario utilizzare *sequenze* di bit.
  - Utilizzando due bit si possono rappresentare quattro informazioni diverse:

    00 01 10 11

- Il processo che fa corrispondere ad una informazione una configurazione di bit prende il nome di *codifica dell'informazione*.

Sequenze di bit

Numero di bit nella sequenza	Informazioni rappresentabili
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256

In generale, con n bit si possono rappresentare 2^n differenti informazioni.

Il byte

- Un gruppo di 8 bit viene denominato Byte.
  - Unità di misura della capacità di memoria.

- Si utilizzano i multipli del Byte:
  - Kilo KB 2^{10} ~ un migliaio (1024)
  - Mega MB 2^{20} ~ un milione (1024x1024)
  - Giga GB 2^{30} ~ un miliardo (1MBx1024)
  - Tera TB 2^{40} ~ mille miliardi (1GBx1024)

I caratteri utilizzati nella comunicazione scritta

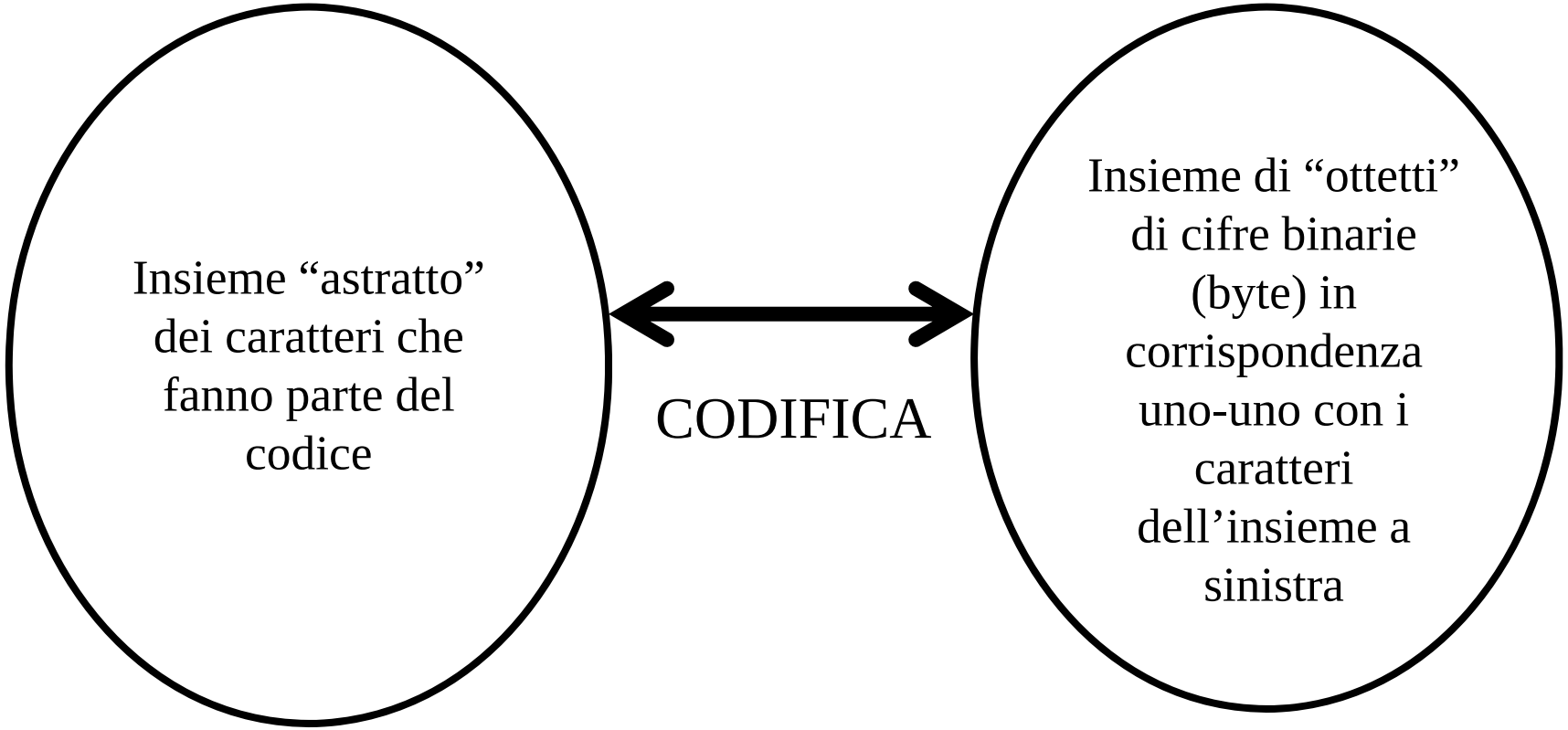
- 52 lettere alfabetiche maiuscole e minuscole
- 10 cifre (0, 1, 2, …, 9)
- Segni di punteggiatura (, . ; : ! ” ? ’ ^ \ …)
- Segni matematici (+, -, × , ±, {, [, >, …)
- Caratteri nazionali (à, è, ì, ò, ù, ç, ñ, ö, ...)
- Altri segni grafici (©, ←, ↑, □, @, €, …)
- In totale 220 caratteri circa.

Codice

- Si pone quindi la necessità di codificare in numeri binari almeno 220 caratteri.

- La sequenza di bit necessaria a rappresentare 220 simboli deve essere composta da 8 bit e prende il nome di **CODICE.**

La fase di codifica



Il codice ASCII

…….			0011 0000	48	0
0100 0001	65	A	0011 0001	49	1
0100 0010	66	B	0011 0010	50	2
0100 0011	67	C	0011 0011	51	3
…….			…….		
0101 1000	88	X	0011 1010	58	:
0101 1001	89	Y	0011 1011	59	;
0101 1010	90	Z	0011 1100	60	<
…….			0011 1101	61	=
0110 0001	97	a	…….		
0110 0010	98	b	1010 0100	164	ñ
0110 0011	99	c	1000 0111	135	ç

American
Standard **C**ode
for **I**nformation
Interchange

Il codice ASCII (cont.)

- I caratteri ASCII da 0 a 127:
  - I primi 32 (numerati da 0 fino a 31) sono “caratteri di controllo” *non stampabili*,
  - I successivi 95 simboli (numerati da 32 fino a 126) sono caratteri *stampabili*,
  - Il 128-esimo simbolo è ancora un “carattere di controllo” *non stampabile*.

Tabella ASCII in notazione binaria: la concatenazione del ‘nibble’ di riga e di quello di colonna dà il codice ASCII in binario.

	0000 0	0001 1	0010 2	0011 3	0100 4	0101 5	0110 6	0111 7	1000 8	1001 9	1010 10	1011 11	1100 12	1101 13	1110 14	1111 15
0000 0																
0001 1																
0010 2	spazio	!	“	#	$	%	&	‘	(	)	*	+	,	-	.	/
0011 3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
0100 4	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
0101 5	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	\	]	^	_
0110 6	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
0111 7	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	|	}	~	

Sequenze di caratteri ASCII

Dividendo la sequenza in gruppi di byte è possibile risalire ai singoli caratteri:

01101001 01101100 00100000 01010000 01001111 00101110

01101001 01101100 00100000 01010000 01001111 00101110

i l P O .

Esempi di sequenze

- "*Computer*" in ASCII diventa:
  - C=67=01000011, o=111=01101111,
    m=109=001101101, p=112=01110000,
    u=117=01110101, t=116=01110100,
    e=101=01100101, r=114=01110010.
    - 01000011- 01101111- 01101101- 11100000-01110101-01110100-01100101- 01110010
- Esercizio :
  - *Scrivere "ASCII"* in decimale ed in binario.

Numeri e codice ASCII

- Con il codice ASCII è possibile rappresentare i numeri come sequenza di caratteri. Ad esempio il numero 234 sarà rappresentato come:

00110010 00110011 00110100

2 3 4

- Con questo tipo di rappresentazione *non* è possibile effettuare operazioni aritmetiche.

Rappresentazione di dati alfabetici

Codifiche standard:

- **ASCII**, 8 bit per carattere, rappresenta 256 caratteri.
- **UNICODE**, 16 bit per carattere
  - ASCII e caratteri etnici (2^{16} = 65.536 simboli).

➢ Codifiche proprietarie:

- **MSWindows**, 16 bit per carattere
  - simile ad UNICODE.

Dieci dita e qualche tasto…

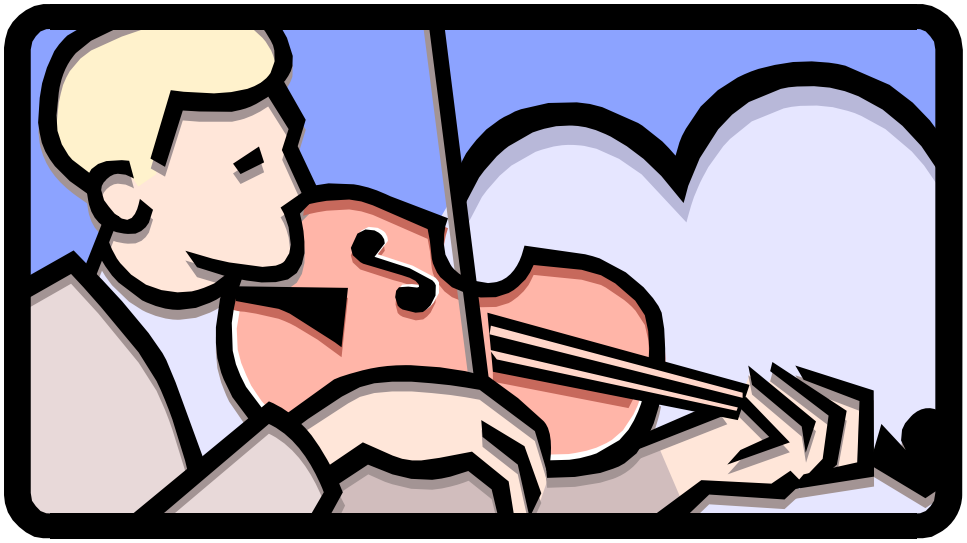
- La mia tastiera ha meno di cento tasti.
  - Come ottenere tutti i simboli desiderati?
    - Usando combinazioni di tasti.
      - Per esempio, <Shift><tasto> dà la versione maiuscola.
    - Digitando la combinazione :
      - <Alt><codice ASCII in notazione decimale>
        - In questo caso bisogna usare il *tastierino numerico* per inserire il codice !

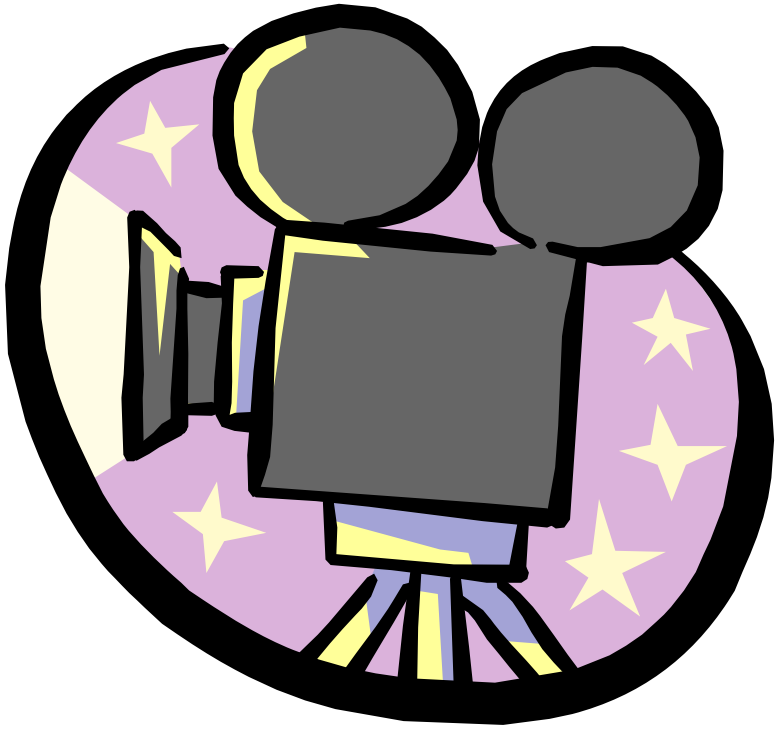
Rappresentazione delle informazioni :
Codifica di dati multimediali

Ma il mondo non è tutto "scritto" !

- I caratteri alfanumerici non costituiscono le uniche informazioni utilizzate dagli elaboratori.
  - Le applicazioni *multimediali* utilizzano ed elaborano informazioni contenenti:
    - immagini,
    - suoni,
    - filmati.

La codifica dei dati multimediali





L’informazione per gli umani ha un carattere analogico….

In termini tecnici si tratta di "SEGNALI"

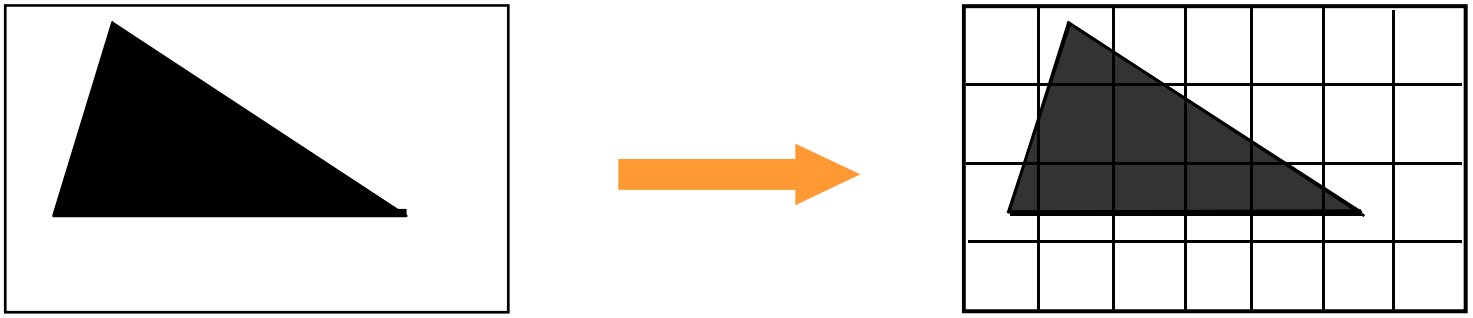
- Un segnale analogico si può:
  - CAMPIONARE
    - Per un suono: misurare l'intensità ogni centesimo di secondo.
    - Per una immagine : misurare i colori ogni millimetro quadrato.
  - QUANTIZZARE
  - RAPPRESENTARE con un numero. (Codificare)

La codifica delle immagini (1)

- Esistono numerose tecniche che vengono utilizzate per la memorizzazione e l'elaborazione di un'immagine.
- Consideriamo un'immagine in bianco e nero, senza ombreggiature o livelli di chiaroscuro.

La codifica delle immagini (2)

L’immagine viene suddivisa mediante una griglia formata da righe orizzontali e verticali a distanza costante.

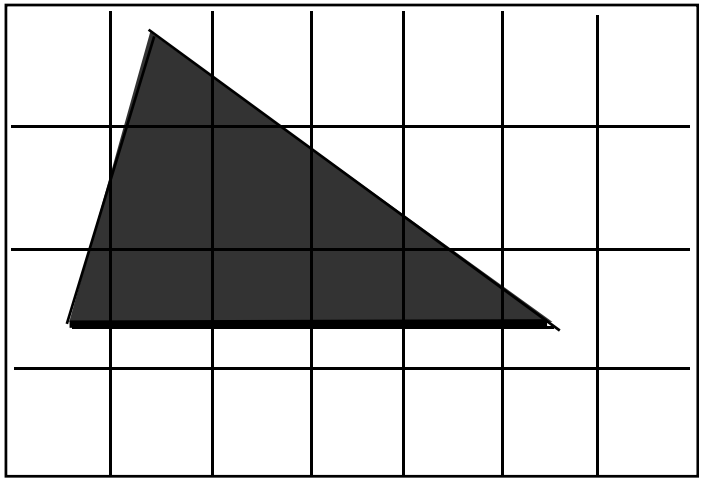


La codifica delle immagini (3)

- Ogni quadrato prende il nome di **pixel** (**picture element**) e viene codificato in binario secondo la seguente convenzione:
  - Il simbolo 0 viene utilizzato per la codifica di un pixel corrispondente ad un quadrato in cui il bianco è predominante.
  - Il simbolo 1 viene utilizzato per la codifica di un pixel corrispondente ad un quadratino in cui il nero è predominante.

La codifica delle immagini (4)

- Per convenzione la griglia dei pixel è ordinata dal basso verso l'alto e da sinistra verso destra.



0 22	1 23	0 24	0 25	0 26	0 27	0 28
0 15	1 16	1 17	0 18	0 19	0 20	0 21
0 8	1 9	1 10	1 11	1 12	0 13	0 14
0 1	0 2	0 3	0 4	0 5	0 6	0 7

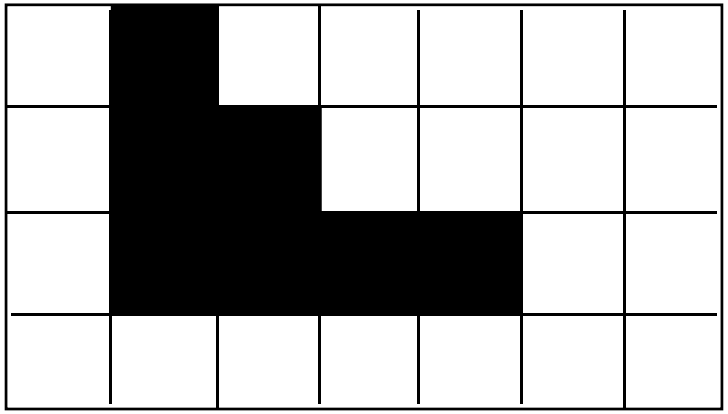
La figura sarà rappresentata dalla stringa binaria:

0000000 0111100 0110000 0100000

La codifica delle immagini (5)

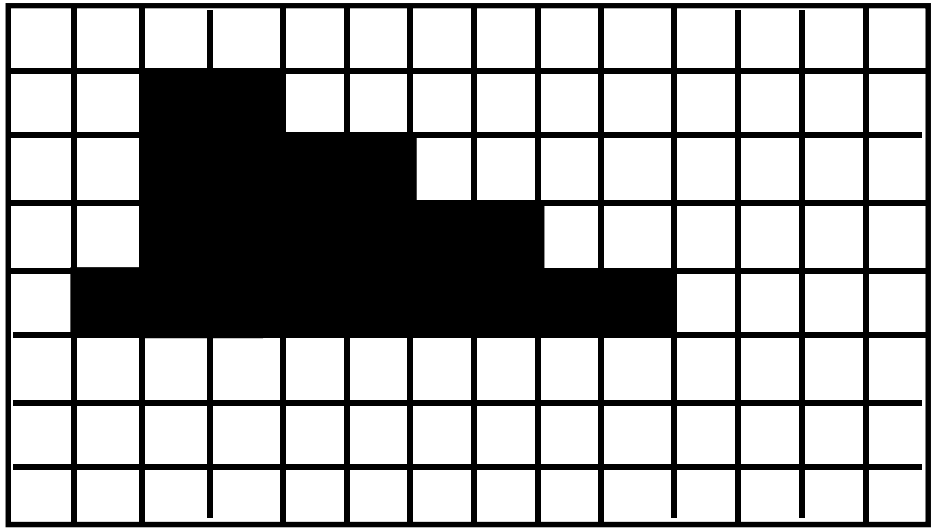
- Dato che il contorno della figura non sempre coincide con la griglia si ottiene un'approssimazione della figura originaria.
  - Riconvertendo la stringa:
    - 0000000 0111100 0110000 0100000

  si avrà:



La codifica delle immagini (6)

- La rappresentazione sarà più fedele all'aumentare del numero di pixel (ovvero la risoluzione).



- La *dimensione* dell'immagine è espressa come numero di pixel nel formato *righe* x *colonne*.

Gradazioni di grigio

- Per codificare immagini con diversi livelli di grigio si usa una rappresentazione binaria: ad ogni livello di grigio corrisponde una sequenza di bit.
  - Ad esempio, utilizzando quattro bit si possono rappresentare $2^4 = 16$ livelli di grigio, mentre con otto bit ne possiamo distinguere $2^8 = 256$.

Esempi di toni di grigio

1 bit
2 toni

2 bit
4 toni

8 bit
256 toni

L'uso del colore

- Il colore viene generato dalla composizione di tre *colori primari*: Red, Green, Blue (video RGB)
- Ad ogni colore primario si associa una possibile sfumatura o *gradazione* mediante un'opportuna sequenza di bit.
  - Utilizzando 2 bit per ogni colore primario si possono ottenere 4 gradazioni per ognuno di essi, cioè 64 colori.
    - Un pixel richiede quindi un byte circa (6 bit) in questo caso.

L'uso del colore (cont.)

- Utilizzando 4 bit per ogni colore primario si ottengono 16 gradazioni per ognuno di essi, cioè 4096 colori differenti.
  - Un pixel richiede quindi circa due byte (12 bit) di informazione.

- Utilizzando 8 bit per ogni colore primario si ottengono 256 gradazioni per ognuno di essi, cioè 16,8 milioni di colori circa.
  - Un pixel richiede quindi tre byte di informazione.

Risoluzione

- Il numero di pixel per unità di area indica la "*risoluzione*" con cui si è campionata l'immagine.
- Il numero di pixel presenti sul video (*colonne* x *righe*) prende il nome di risoluzione dello schermo.
  - Risoluzioni tipiche sono: 640x480, 800x600, 1024x768, 2048 x 1536
  - La dimensione dell'immagine sarà:

	16 bit	32 bit
640x480	600 KB	~ 1,2 MB
800x600	~ 938 KB	~ 1,9 MB
1024x768	~ 1,6 MB	3MB
2048 x 1536	?	?

Formati delle immagini

- Codifica *raster* o *bitmap*.
  - Ogni punto rappresenta un'informazione indipendente.
    - GIF,
    - JPEG,
    - BMP.
- Codifiche *ibride (raster/vettoriale)*.
  - Ogni elemento geometrico primitivo viene specificato individualmente.
    - Postscript,
    - PDF (Portable Document Format).

Codifica di filmati video

- Un filmato è una sequenza di immagini statiche (dette fotogrammi o *frames*).
  - Codifica normale (dei singoli frames).
    - 3 minuti di video con 24 frames/sec,
      - minimo 16 frame/s per non percepire i singoli fotogrammi.
    - Risoluzione singolo frame : 200x100, 16 bit/pixel.
    - Memoria necessaria: (3*60*24) (200*100*2) ~ 165 MB.
  - Codifica differenziale.
    - È inefficiente codificare completamente ogni frame.
      - Alcuni frames si codificano interamente, altri solo nelle parti che differiscono da quelli adiacenti.

Formati video

- MPEG (Moving Picture Experts Group)
  - Costituisce uno standard.
  - Molto efficiente ma complesso.
- QuickTime
  - Proposto da Apple.
  - Meno efficiente ma più semplice.
- Indeo - AVI
  - Proposto da Intel, usato da MicroSoft.
  - È il più inefficiente.

Codifica di suoni

- Il segnale acustico viene digitalizzato.
  - Dimensioni medie:
    - un minuto di audio con qualità CD musicale stereo occupa da 1MB a 10MB a seconda della codifica impiegata.
- Codifiche standard:
  - WAV (MS-Windows),
  - MIDI
  - MP3

Formati sonori

- MIDI:
  - Codifica le note e gli strumenti che devono eseguirle.
  - Solo musica, non voce.
  - Richiede un sintetizzatore o “campioni” per la riproduzione (non utilizzabile “direttamente”).
  - Molto efficiente.
- MP3:
  - MPEG - layer 3: variante MPEG per i suoni.
  - Grande diffusione.
  - Molto efficiente.

Ma quanto spazio ci vuole?

- I bit costano!
- Trasmettere i bit costa!
- Gli uomini però hanno linguaggi “ridondanti”
  - Esempio : Dmn è Psqa e nn c sn lzn d infomtca
    - È un messaggio poco chiaro ma decodificabile… E occupa meno caratteri (e meno bit) di “Domenica è Pasqua e non ci sono lezioni di informatica”.
- IDEA: compressione!!!!

Compressione

- Concetto base:
  - AAABBBC→3A3BC→ AAABBBC
  - ABCABC→1A1B1C1A1B1C→ABCABC

Compressione Lossy o Lossless